

一元二次方程独当一面

1. 2020年山东菏泽曹县初三中考二模第2题3分 ★★

$x = 1$ 是关于 x 的一元二次方程 $x^2 + ax + 2b = 0$ 的解, 则 $2a + 4b = (\quad)$.

- A. -2 B. -3 C. 4 D. -6

【答案】 A

【解析】 把 $x = 1$ 代入方程 $x^2 + ax + 2b = 0$ 得 $1 + a + 2b = 0$,

所以 $a + 2b = -1$,

所以 $2a + 4b = 2(a + 2b) = 2 \times (-1) = -2$.

故选: A.

【标注】 【知识点】利用根求代数式的值

2. 2018~2019学年9月重庆永川区初三上学期月考第9题4分 ★★

方程 $(m - 2)x^2 - \sqrt{3 - m}x + \frac{1}{4} = 0$ 有两个实数根, 则 m 的取值范围 ().

- A. $m > \frac{5}{2}$ B. $m \leq \frac{5}{2}$ 且 $m \neq 2$ C. $m \geq 3$ D. $m \leq 3$ 且 $m \neq 2$

【答案】 B

【解析】 根据题意得:
$$\begin{cases} m - 2 \neq 0 \\ 3 - m \geq 0 \\ \Delta = (-\sqrt{3 - m})^2 - 4(m - 2) \times \frac{1}{4} \geq 0 \end{cases}, \text{解得 } m \leq \frac{5}{2} \text{ 且 } m \neq 2.$$

【标注】 【知识点】由一元二次方程根的情况确定参数

3. 2018年四川成都武侯区成都七中初三自主招生(一)第10题5分 ★★

如果关于 x 的方程 $mx^2 - 2(m + 2)x + m + 5 = 0$ 没有实数根, 那么关于 x 的方程

$(m - 5)x^2 - 2(m + 2)x + m = 0$ 实根个数为 ().

- A. 2 B. 1 C. 0 D. 不确定

【答案】 D

【解析】 因前一个方程没有实根, 则其判别式

$$\Delta_1 = 4(m + 2)^2 - 4m(m + 5) < 0,$$

解得 $m > 4$.

后一个方程在 $m > 4$ 且 $m \neq 5$ 时, 其判别式

$$\Delta_2 = 4(m+2)^2 - 4m(m-5) = 36m + 16 > 0,$$

有两个相异实根；

而在 $m = 0$ 时，方程为一次方程，有一个实根，因而其实根个数不确定。

【标注】【知识点】由一元二次方程根的情况确定参数

4. ★★★

已知 a 、 b 满足 $a^2 - 2a - 1 = 0$ ， $b^2 - 2b - 1 = 0$ ，且 $a \neq b$ ，则 $\frac{b}{a} + \frac{a}{b} + 1 =$ _____。

【答案】 -5

【解析】 $\because a$ 、 b 满足 $a^2 - 2a - 1 = 0$ ， $b^2 - 2b - 1 = 0$ ，且 $a \neq b$ ，

$\therefore a$ 、 b 可以看作方程 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 的两个根，

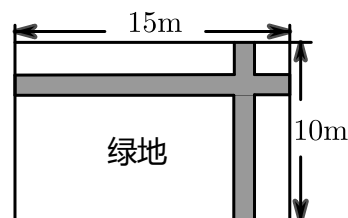
$$\therefore a + b = 2, ab = -1,$$

$$\therefore \frac{b}{a} + \frac{a}{b} + 1 = \frac{a^2 + b^2}{ab} + 1 = \frac{(a+b)^2 - 2ab}{ab} + 1 = -5.$$

【标注】【知识点】利用构造的方程求解

5. 2020~2021学年10月江苏常州天宁区常州市第二十四中学初三上学期月考第7题2分 ★★

如图，在一块长 15m、宽 10m 的矩形空地上，修建两条同样宽的相互垂直的道路，剩余部分栽种花草，要使绿化面积为 126m^2 ，则修建的路宽应为 _____ m。



【答案】 1

【解析】 设修建的路宽应为 $x\text{m}$ ，

$$\text{则 } (15 - x)(10 - x) = 126,$$

$$\text{则 } 150 - 10x - 15x + x^2 = 126,$$

$$\therefore x^2 - 25x + 24 = 0,$$

$$\therefore (x - 24)(x - 1) = 0,$$

$$\therefore x_1 = 24, x_2 = 1,$$

$$\text{又 } \because x < 10,$$

$$\therefore \text{取 } x_2 = 1,$$

$$\therefore \text{路宽应为 } 1\text{m}.$$

故答案为：1 .

【标注】【知识点】一元二次方程的几何问题

6. 2019~2020学年湖北武汉武昌区武昌区武汉文华中学初三上学期期中（拼搏联盟联考）第12题3分

★★

武汉军运会结束后，部分运动员赛后相互赠送了共 132 件纪念品．若设这部分运动员有 x 人，可列方程为 _____ ．

【答案】 $x(x-1) = 132$

【解析】 ∵ 部分运动员有 x 个人，
每个人要送出 $(x-1)$ 件纪念品，
所以共送出了 $x(x-1)$ 件纪念品，
∴ $x(x-1) = 132$

【标注】【知识点】一元二次方程的握手、送礼物问题

7. ★★

解下列方程：

(1) $x^2 - 6x + 9 = 0$.

(2) $x^2 - 4x - 1 = 0$.

(3) $2x^2 - 3x - 1 = 0$.

(4) $x^2 - 5x - 6 = 0$.

【答案】 (1) $x_1 = x_2 = 3$.

(2) $x_1 = 2 + \sqrt{5}$, $x_2 = 2 - \sqrt{5}$.

(3) $x_1 = \frac{3 + \sqrt{17}}{4}$, $x_2 = \frac{3 - \sqrt{17}}{4}$.

(4) $x_1 = 6$, $x_2 = -1$.

【标注】【知识点】因式分解法求一元二次方程的根

8. ★★

已知方程 $2x^2 + 3x - 6 = 0$ 的两根是 x_1 , x_2 . 不解方程，求：

(1) $x_1^2 + x_2^2$.

(2) $\frac{x_2}{x_1} + \frac{x_1}{x_2}$.

【答案】 (1) $\frac{33}{4}$.
 (2) $-\frac{11}{4}$.

【解析】 (1) 由题意得 $x_1 + x_2 = -\frac{3}{2}$, $x_1 x_2 = -3$.

$$\begin{aligned} x_1^2 + x_2^2 &= (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 \\ &= \left(-\frac{3}{2}\right)^2 - 2 \times (-3) \\ &= \frac{9}{4} + 6 \\ &= \frac{33}{4} . \end{aligned}$$

(2) 由题意得 $x_1 + x_2 = -\frac{3}{2}$, $x_1 x_2 = -3$.

$$\frac{x_2}{x_1} + \frac{x_1}{x_2} = \frac{x_2^2 + x_1^2}{x_1 x_2} = \frac{\frac{33}{4}}{-3} = -\frac{11}{4} .$$

【标注】【知识点】一元二次方程根与系数的关系

9.

2019~2020学年山东淄博张店区淄博市新元学校初三下学期单元测试《（一元二次方程）》第19题15分

★★

某商场经营某种品牌的玩具，购进时的单价是 30元，根据市场调查发现：在一段时间内，当销售单价是 40元时，销售量是 600件，而销售单价每涨 2元，就会少售出 20件玩具，若商场要获得 10000元销售利润，还要消费者得到实惠，该玩具销售单价应定为多少元？售出玩具多少件？

【答案】 该玩具销售单价应定为 50元，售出玩具为 500件 .

【解析】 设该玩具销售单价应定为 x 元，则售出玩具 $[600 - 10(x - 40)]$ 件，

根据题意得： $(x - 30)[600 - 10(x - 40)] = 10000$ ，

整理得： $x^2 - 130x + 4000 = 0$ ，

解得： $x_1 = 50$ ， $x_2 = 80$ ，

∵消费者要得到实惠，

∴定价为 50，

当 $x = 50$ 时， $600 - 10(x - 40) = 500$ ；

答：该玩具销售单价应定为 50元，售出玩具为 500件 .

【标注】【知识点】一元二次方程的利润问题

10. ★★★

一台电脑被感染，经过两轮感染后就会有 81 台电脑被感染，每轮感染中平均一台电脑感染几台电脑？若病毒得不到有效控制，3 轮感染后，被感染电脑会不会超过 700 台？

【答案】 每轮感染中，平均一台电脑感染 8 台，经过三轮感染，一共有 729 台电脑感染，超过了 700 台电脑。

【解析】 设每轮感染中平均一台电脑感染 x 台，

根据题意得 $(x + 1)^2 = 81$ ，

解得 $x = 8$ 或 $x = -10$ （舍）。

所以每轮感染中，平均一台电脑感染 8 台。

经过三轮感染，一共有 $(8 + 1)^3 = 729$ 台电脑，超过了 700 台电脑。

【标注】【知识点】一元二次方程的传播问题